Angle

Soient trois points dans le plan :

$$A(4,10),\ B(7,26),\ C(-12,11)\ .$$

Calculer l'angle $\widehat{BAC}$ (en degrés, compris entre 0 et 180).

u:=Vecteur[A, B]

$\rightarrow\ \mathbf{u} := \begin{pmatrix} 3 \\ 16 \end{pmatrix}$

v:=Vecteur[A, C]

$\rightarrow\ \mathbf{v} := \begin{pmatrix} -16 \\ 1 \end{pmatrix}$

u*v

$\rightarrow\ -32$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = x_u x_v + y_u y_v$

abs(u)

$\rightarrow\ \sqrt{265}$

$\|\vec{u}\|$

abs(v)

$\rightarrow\ \sqrt{257}$

$\|\vec{v}\|$

u*v/(abs(u)*abs(v))

$\rightarrow\ -\dfrac{32}{\sqrt{68105}}$

$\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| \cos(\vec{u}, \vec{v})$

donc $\cos(\vec{u}, \vec{v}) = \ldots$

arccos((-32) / sqrt(68105))

$\approx\ 97.04°$

Autour du théorème d'Al-Kashi

ABC est un triangle tel que :

$$AB=20,\ BC=36 \text{ et } \cos\widehat{CBA} = 967/1440$$

Déterminer la valeur exacte de AC.

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\left(BA^2+BC^2-AC^2\right)$$

$$\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC} = BA\times BC\times\cos\left(\widehat{CBA}\right)$$

```
ba:=20
→ ba := 20
bc:=36
→ bc := 36
2*ba*bc*967/1440
→ 967
967-ba^2-bc^2
→ −729
ac:=sqrt(729)
→ ac := 27
```