Les suites numériques

chapitre 4

I Premier regard

Définition : suite numérique

Une suite numérique est une liste de nombres réels, numérotés généralement par des *indices*, entiers naturels consécutifs 0, 1, 2 $\cdots$
La plupart des suites sont numérotées à partir de 0 ou de 1 (mais on peut démarrer avec un indice p si la suite n'est pas définie avant).
Si la suite est désignée par la lettre u, à chaque nombre entier naturel n est associé un nombre réel notée u_n (lire « u indice n » appelé terme de *rang* n de la suite.

1 Premiers exemples

a. On considère la suite de nombres suivants :
0 - 1 - 4 - 9 - 16 - 25 - 36 - 49 - 64 - 81 - 100 - 121 - ...

i. Quel est le terme initial ?

ii. Quel est le 10$^{\text{ème}}$ et le 2012$^{\text{ème}}$ terme de la suite ?

iii. A-t-on une formule qui nous permette de calculer facilement un terme de rang n ?

b. On considère la suite de nombres suivants :
4 - 7 - 10 - 13 - 16 - 19 - 22 - 25 - ...

i. Comment fait-on pour passer d'un terme au suivant ?

ii. On pose $u_1 = 4$. Que vaut u_n ?

c. On considère la suite de nombres définie par :

$$u_n = \frac{1}{n-5}$$

i. Quel est le terme initial ?

ii. Calculer les premiers termes de la série.

Définition : une suite est une fonction

Soit p un entier naturel donné (0 ou 1 en général). Une suite numérique u est une fonction qui, à tout entier naturel $n \geqslant p$, associe un nombre réel noté $u(n)$ ou u_n :

$$n \xmapsto{u} u(n) = u_n$$

La suite u est alors la suite de **terme général** u_n, elle est souvent notée (u_n) avec des parenthèses ; le réel u_p est appelé **terme initial**.

Exemple Pour la suite définie par $u_n = \dfrac{1}{n-5}$, u_0, u_1, u_2, u_3 et u_4 sont calculables mais u_5 pose problème : on choisit alors u_6 comme terme initial.

Définition : discret

L'adjectif **discret** vient du latin *discretus* qui veut dire séparé, il s'oppose à **continu**. Une suite est une fonction discrète car son ensemble de départ, les entiers naturels, est constitué d'éléments qui ne sont pas *très proches* l'un de l'autre.

Méthode : représentation graphique

Comme pour une fonction, on peut représenter graphiquement une suite numérique (u_n) par un **nuage de points** de coordonnées $(n; u_n)$, c'est une représentation graphique discrète on ne trace pas de courbe entre chaque point.

2 Tracer les représentations graphiques des trois suites définies dans le précédent exercice.

Définition : génération d'une suite

Définir une suite numérique consiste à expliciter un procédé permettant de déterminer (par le calcul, par un algorithme, etc) tous les termes de la suite.

Définition : formule explicite

Une suite peut être définie par une formule explicite qui permet de calculer directement chaque terme quand on connait son indice.

Définition : suite de terme général $u_n = f(n)$

Soit f une fonction définie sur l'intervalle de réels $[a; +\infty[$, on peut définir une suite u en posant pour tout entier naturel $n \geqslant a$:

$$u_n = f(n)$$

```
Algorithme : Calcul d'un terme avec la formule f(x)
donnée(s) : f
début
    saisir n;
    u prend pour valeur f(n);
    afficher u;
fin
```

3 Calculs de termes

a. Pour chacune des fonctions ci dessous, déterminer la fonction qui permet de définir la suite. Calculer u_{2012}

i. $u_n = \dfrac{1}{n-5}$.

ii. $u_n = \sqrt{2n-3}$?

b. Soit u_n définie pour tout entier naturel n par $u_n = n^2 + 3n - 4$.

i. Quelle fonction se cache dans cette suite ?

ii. Calculer les premiers termes.

iii. Exprimer u_{n+1} en fonction de n.

Méthode : **attention à l'écriture indicielle**

$\star$ u_{n+1} est le terme d'indice $n+1$

$\star$ $u_n + 1$ est la somme du terme u_n d'indice n et du nombre 1

Définition : **récurrence**

Recurrens en latin signifie revenir en arrière.
Une suite est **définie par récurrence** lorsqu'un terme est calculé par une formule, à partir du terme précédent (ou de plusieurs termes précédents).

Exemple La suite de Syracuse.
Soit a un entier naturel, la suite est définie par :

$$u_0 = a \text{ et } u_{n+1} = \begin{cases} \frac{u_n}{2} \text{ si } u_n \text{ est pair} \\ 3u_n + 1 \text{ si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

Définition : **suite récurrente obtenue à l'aide d'une fonction**

Soit f une fonction définie sur un intervalle I telle que pour tout x de I, $f(x)$ est aussi dans I (on dit que f est **stable** sur I), et a un réel de l'intervalle I. On peut définir une suite u en posant :

$$\begin{cases} \text{le terme initial} & : \quad u_0 = a \\ \text{la relation de récurrence} & : \quad \text{pour tout entier naturel } n \\ & \quad\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

Cela revient à calculer des images d'images d'images....

$$u_0 \xrightarrow{f} u_1 \xrightarrow{f} u_2 \xrightarrow{f} u_3 \xrightarrow{f} \cdots\cdots \xrightarrow{f} u_{n-1} \xrightarrow{f} u_n \xrightarrow{f} u_{n+1} \xrightarrow{f} u_{n+2} \cdots$$

4 Par récurrence.

a. On considère la suite définie par récurrence suivante :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 3} \end{cases}$$

i. Calculer les 4 premiers termes de la série.

ii. Quelle est la fonction f utilisée ?

iii. La fonction f satisfait-elle la condition pour définir une suite par récurrence ?

b. On considère la suite définie par récurrence suivante :

$$\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n - 3} \end{cases}$$

Calculer les premier termes. Que peut-on alors dire ?

```
Algorithme : Calcul d'un terme par récurrence d'une fonction f
donnée(s) : f
début
    saisir n;
    saisir u0;
    k prend pour valeur 0;
    u prend pour valeur u0;
    tant que k ⩽ n faire
        u prend pour valeur f(u);
        k prend pour valeur k + 1;
    fintantque
    afficher u;
fin
```

Exemple Il existe des suites qui ne sont ni récurrentes ni explicites :

$$\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n - 3} + 3n \end{cases}$$

Méthode : représentation des suites par récurrence

On peut représenter graphiquement une suite récurrente sans calculer les termes et donc sans effectuer le calcul. Il ne s'agit cependant pas de la représentation d'une fonction. Soit f telle que $u_{n+1} = f(u_n)$

a. On trace la courbe $\mathcal{C}$ de la fonction f ainsi que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x$ (aussi appelé première bissectrice du repère).

b. On marque u_0 sur l'axe des abscisses.

c. On construit le point A_0, point la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisse u_0. Ses coordonnées sont donc $(u_0; f(u_0) = u_1)$.

d. On marque son ordonnée qui est donc u_1.

e. On utilise la droite $\mathcal{D}$ qui permet, par symétrie, de marquer u_1 sur la droite des abscisses.

f. On réitère le procédé pour obtenir u_2.

5 Représenter graphiquement la suite (u_n) définie par $u_0 = -0.5$, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$.

II Étudier une suite

Définition : majorée, minorée, bornée

La suite (u_n) est **majorée** si et seulement s'il existe un réel M tel que, pour tout entier naturel n : $u_n \leqslant M$
La suite (u_n) est **minorée** si et seulement s'il existe un réel M tel que, pour tout entier naturel n : $u_n \geqslant m$
La suite (u_n) est **bornée** si et seulement elle est à la fois minorée et majorée.

6 On considère la suite définie par :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = \sqrt{u_n + 3} \end{cases}$$

Montrer que si $a \leqslant 3$ alors $\sqrt{a+3} \leqslant 3$. En déduire que (u_n) est majorée par 3. Puis conclure que la suite est bornée.

Définition : croissance, décroissance, monotonie

La suite (u_n) est **croissante** si et seulement si, pour tout entier naturel n :
$u_{n+1} \geqslant u_n$ (chaque terme est supérieur à prédécesseur).
La suite (u_n) est **décroissante** si et seulement si, pour tout entier naturel n :
$u_{n+1} \leqslant u_n$ (chaque terme est inférieur à son prédécesseur).
La suite (u_n) est **constante** si et seulement si, pour tout entier naturel n :
$u_{n+1} = u_n$ (chaque terme est égal à son prédécesseur).
On dira qu'une suite est **strictement** (dé)croissante si l'inégalité est stricte.
On dira qu'une suite est **monotone** si elle est toujours (dé)croissante.

7 Lectures graphiques

a. On considère la suite définie pour tout entier n par : $u_n = \sqrt{2n+3}$.
Représenter graphiquement la suite u_n et conjecturer les variations de la suite.

b. On considère la suite définie par : $v_0 = -0{,}5$ et pour tout entier n par : $v_{n+1} = \sqrt{2v_n + 3}$.
Représenter graphiquement la suite v_n et conjecturer les variations de la suite.

c. On considère la suite définie pour tout entier n par : $w_n = (n-3)^2$.
Représenter graphiquement la suite w_n et conjecturer les variations de la suite.

Remarque : Il existe des suites qui ne sont ni croissantes, ni décroissantes comme par exemple : $u_n = (-1)^n$.

Preuve

Soit p un entier naturel quelconque. Alors :

$$\begin{aligned} u_{2p} &= 1 \\ u_{2p+1} &= -1 \\ u_{2p+2} &= 1 \end{aligned}$$

On s'aperçoit donc que la suite n'est ni croissante ($u_{2p} \geqslant u_{2p+1}$), ni décroissante ($u_{2p+1} \leqslant u_{2p+2}$)

■

Méthode : démonstration des variations

— avec la différence de deux termes consécutifs :
 - $\star$ si pour tout entier n, $u_{n+1} - u_n \geqslant 0$ alors la suite u_n est croissante,
 - $\star$ si pour tout entier n, $u_{n+1} - u_n \leqslant 0$ alors la suite u_n est décroissante ;

— avec le quotient de deux termes positifs consécutifs :
 - $\star$ si pour tout entier n, $u_n > 0$ et $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1$ alors la suite u_n est croissante,
 - $\star$ si pour tout entier n, $u_n > 0$ et $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leqslant 1$ alors la suite u_n est décroissante ;

— avec le sens de variation de la fonction f associée, définie sur $I = [k\,;\,+\infty[$, c'est à dire avec la suite définie sur I par $u_n = f(n)$:
 - $\star$ si f est croissante sur I alors la suite u_n est croissante sur I,
 - $\star$ si f est décroissante sur I alors la suite u_n est décroissante sur I.

Preuve

a. $u_{n+1} - u_n \geqslant 0 \Leftrightarrow u_{n+1} \geqslant u_n$

b. $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geqslant 1 \Leftrightarrow u_{n+1} \geqslant u_n$ car u_n positif

c. Si f est croissante alors comme $n < n+1$ on a $f(n) < f(n+1)$ i.e. $u_n < u_{n+1}$
Si f est décroissante alors comme $n < n+1$ on a $f(n) > f(n+1)$ i.e. $u_n > u_{n+1}$ ■

8 Dans chaque cas, étudier la monotonie de la suite u_n

a. $u_0 = -5$ et pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = u_n + n^2 - 2n + 1$.

b. Pour tout entier naturel n, $v_n = (n+1) \times 3^n$.

c. Pour tout entier naturel n, $w_n = (n-3)^2$.

9 Dans chaque cas, déterminer le sens de variation de la suite (u_n) :

a. Pour tout entier naturel n, $u_n = n^2 + 4n - 5$.

b. Pour tout entier naturel n, $u_n = -n^3 + 6n^2 - 9n + 5$. En posant $u_n = f(n)$, on pourra calculer $f(n+1) - f(n)$ (avec Xcas si nécessaire) puis examiner la forme canonique du résultat afin de déduire le sens de variations cherché).

Définition : suite convergente, suite divergente

Soit (u_n) une suite numérique et l un nombre réel.
On dit que la suite (u_n) **converge vers** l ou que la suite est **convergente vers** l si tous les termes de la suite (u_n) sont *très proches* de l à partir d'un certain rang. Les suites qui ne convergent pas sont **divergentes**.

10 Conjecturer le comportement à l'infini des suites :

a. $u_n = \dfrac{2n^2+1}{n^2}$

b. La suite (u_n) définie par $u_0 = -0{,}5$ et pour tout entier naturel n par : $u_{n+1} = \sqrt{2u_n + 3}$.

c. $u_n = \sqrt{n}$

III Croissance linéaire

On parle de croissance linéaire des mesures lorsque leur représentation graphique est un alignement de points. Les mesures sont alors modélisées par une **suite arithmétique**.

Définition : suite arithmétique

On dit qu'une suite (u_n) est **arithmétique** s'il existe un nombre réel r, appelé raison de la suite, tel que pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = u_n + r$$

Exemple La suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 5 \end{cases}$ est une suite arithmétique de premier terme 3 et de raison -5.

Propriété : formule explicite

Soit u une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r

- ⋆ pour tout entier naturel n, $u_n = u_0 + n \times r$.
- ⋆ plus généralement pour tout entier naturel n et p, $u_n = u_p + (n - p) \times r$.

Exemple La suite définie par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = u_n - 5 \end{cases}$ a pour formule explicite $u_n = 3 - 5n$.
De plus, on a par exemple : $u_{27} = u_{10} + (27 - 10) \times (-5)$

Méthode : démonstration par récurrence

Pour démontrer cette propriété (comme très souvent avec les suites), on va faire une **démonstration par récurrence**.
Le principe est très simple, c'est expliquer comment monter une échelle :

a. On montre d'abord que l'on peut monter sur la première marche, c'est à dire qu'on démontre la propriété au rang initial (en général pour u_0 ou u_1), c'est l'**initialisation**.

b. Puis on montre que l'on peut passer d'une marche à la suivante. Pour cela, on suppose la propriété vraie à un certain rang k quelconque puis on démontre que la propriété est vraie au rang $k + 1$ (en utilisant la propriété définissant la suite), c'est la **transmission**.

c. Enfin, on a compris comment monter l'échelle, c'est la **conclusion** qui rappelle la propriété démontrée.

Preuve

On va démontrer la formule précédente dans le cas où le premier terme est u_0. On cherche donc à démontrer la propriété suivante :

$\mathscr{P}(n) \quad : \qquad u_n = u_0 + n \times a$

a. Pour $n = 0$: $u_0 = u_0 + 0 \times a$
La propriété est donc vraie au rang 0 : $\mathscr{P}(0)$ est vraie.

b. On pose comme hypothèse que $\mathscr{P}(k)$ est vraie. On suppose donc que :
$u_k = u_0 + k \times a$
Il faut maintenant calculer u_{k+1}.
Par définition : $u_{k+1} = u_k + a$.
Mais $\mathscr{P}(k)$ est supposée vraie donc :
$u_{k+1} = u_0 + k \times a + a = u_0 + (k+1) \times a$
Ainsi, $\mathscr{P}(k+1)$ est vraie.

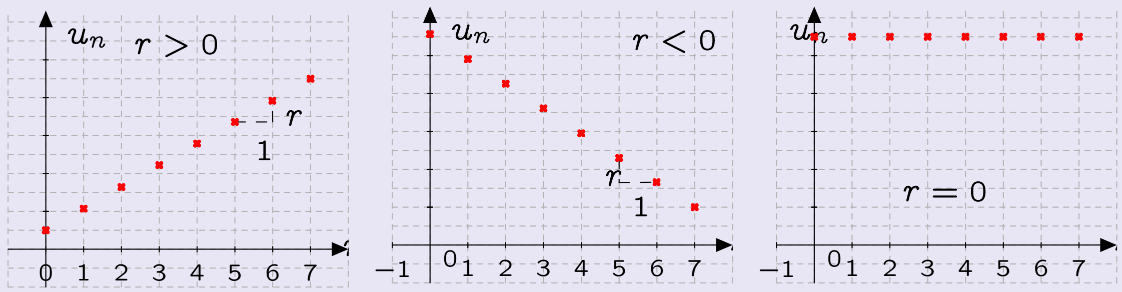
c. Comme nous avons démarré avec $n = 0$, la propriété $\mathscr{P}(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

■

Propriété : **fonction associée : affine**

La fonction associée à une suite arithmétique est une fonction affine :

$$f(x) = u_0 + x\,r$$



Méthode : **caractérisation d'une suite arithmétique**

Soit u une suite à étudier ; si pour tout n la différence $u_{n+1} - u_n$ est constante, alors la suite est arithmétique et la constante est sa raison.

Ainsi, pour montrer qu'une suite est arithmétique, il faut démontrer que la différence de deux termes consécutifs est constante... mais pour démontrer qu'elle n'est pas arithmétique, il suffit de donner trois termes consécutifs dont les différences ne sont pas égales.

Preuve

La preuve est évidente, en effet, pour tout n entier :

$$u_{n+1} - u_n = r \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n + r$$

■

11 Indiquer dans chaque cas, en justifiant, si la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ est arithmétique :

a. $u_n = (4-n)^2 - n^2$.

b. $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = 4 - 3u_n$

12 Écrire un algorithme permettant de calculer un terme d'une suite arithmétique connaissant la raison et un autre terme.

Méthode : calculer la raison connaissant deux termes de la suite

Soient u_p et u_q deux termes d'une suite arithmétique alors $r = \dfrac{u_q - u_p}{q-p}$

13 On connaît deux termes d'une suite arithmétique : $u_5 = -11$ et $u_{80} = 14$. Déterminer la raison de cette suite et le terme u_1.

14 Démontrer la méthode précédente.

15 Une suite arithmétique est telle que $u_1 + u_2 = 19$ et $u_6 + u_7 + u_8 = 111$ Déterminer u_1 et la raison de cette suite.

Propriété : Somme des n premiers entiers

Soit n un entier naturel

$$\sum_{i=1}^{n} i = 1 + 2 + 3 + \cdots + (n-1) + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

Preuve

Écrivons la somme croissante :
$S = 1 + 2 + 3 + \ldots + (n-1) + n$

puis la somme décroissante :
$S = n + (n-1) + (n-2) + \ldots + 2 + 1$

Additionnons verticalement les deux sommes de n termes :
$2S = (1+n) + (2+n-1) + (3+n-2) + \ldots + (n-1+2) + (n+1)$

$2S = n \times (n+1)$

■

16 Calculer $S = 1 + 3 + 5 + \ldots + 99$

17 Écrire un algorithme permettant de calculer la somme de termes consécutifs.

Propriété : sens de variation d'une suite arithmétique

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.

- ⋆ la suite (u_n) est strictement croissante si et seulement si $r > 0$;
- ⋆ la suite (u_n) est strictement décroissante si et seulement si $r < 0$;
- ⋆ la suite (u_n) est constante si et seulement si $r = 0$.

Preuve

La fonction affine f associée à la suite u_n a pour coefficient directeur r : $f(x) = rx + a$.

■

IV Croissance exponentielle

On parle de croissance exponentielle des mesures lorsque le taux de croissance est constant et leur représentation graphique portée par une courbe *exponentielle*. Les mesures sont alors modélisées par une **suite géométrique**.

Définition : suite géométrique

On dit qu'une suite (u_n) est géométrique s'il existe un nombre réel q, appelé raison de la suite, tel que pour tout entier naturel n,

$$u_{n+1} = q \times u_n$$

Exemple La suite définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$$

est une suite géométrique de premier terme 1 et de raison 3.

Exemple Soit une série de mesures telle que chaque mesure est 4% plus élevée que la mesure précédente (par exemple la croissance de la population). On peut alors modéliser le phénomène par la suite $u_n = u_0 \times 1{,}04^n$.

Propriété : formule explicite

Soit u une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q :

- pour tout entier naturel n : $u_n = u_0 \times q^n$
- pour tout entier naturel n et p : $u_n = u_p \times q^{n-p}$

Exemple La suite définie par

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = 3u_n \end{cases}$$

a pour formule explicite $u_n = 1 \times 3^n$
On a par exemple : $u_{27} = u_{10} \times 3^{27-10}$

Preuve

Soit la suite géométrique définie par : $u_{n+1} = q \times u_n$ et u_0.

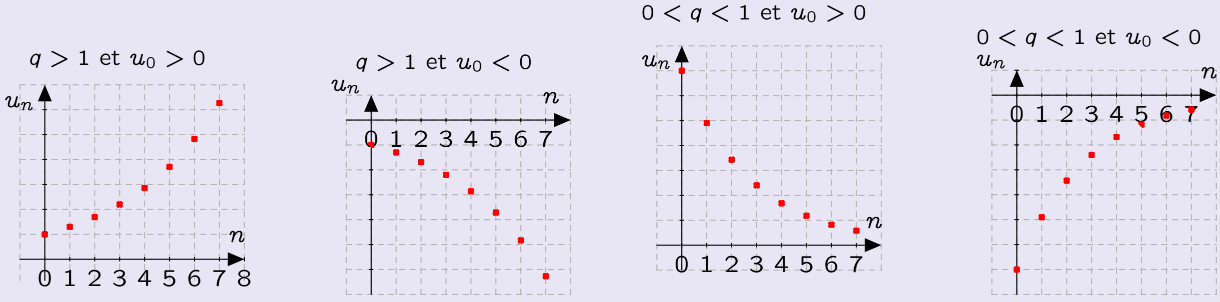
Nous voulons démontrer la propriété $\mathscr{P}(n)$: $u_n = u_0 \times q^n$

- Initialisation : $\mathscr{P}(0)$ est vraie car $u_0 = u_0 \times q^0$
- Transmission : supposons que $\mathscr{P}(k)$ est vraie donc que $u_k = u_0 \times q^k$
  En application de la définition $u_{k+1} = q \times u_k$
  donc $u_{k+1} = q \times (u_0 \times q^k) = u_0 \times q^{k+1}$
- Conclusion : la propriété $\mathscr{P}(n)$ est vraie pour tout n.

■

Propriété

Une suite géométrique de raison q est associée à une fonction **exponentielle** (qui sera étudiée en terminale) : $f(x) = u_0 \times q^x$, et qui a pour représentation : graphiques :



Méthode : **caractérisation d'une suite géométrique**

Soit u_n une suite, si pour tout n le quotient $\dfrac{u_{n+1}}{u_n}$ est constant, alors la suite est géométrique de raison égale à ce quotient.

Pour démontrer qu'une suite est géométrique, il faut donc montrer que pour deux termes consécutifs quelconques le quotient est constant. Pour démontrer qu'elle n'est pas géométrique, il suffit de calculer trois termes consécutifs tels que les quotients ne soient pas égaux.

Preuve

La preuve de cette propriété est évidente, en effet, pour tout n entier :

$$\frac{u_{n+1}}{u_n} = k \Leftrightarrow u_{n+1} = u_n \times k$$

■

18 Indiquer dans chaque cas, en justifiant, si la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ est géométrique :

a. $u_n = 3 \times 2^{n+1}$.

b. $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = (3u_n + 4)^2$.

Propriété : **somme :** $1 + q + q^2 + \ldots + q^n$

Soit n un entier naturel et q un réel

$$\sum_{i=0}^{n} q^i = 1 + q + q^2 + \cdots + q^{n-1} + q^n = \frac{1 - q^{n+1}}{1 - q}$$

Preuve

ROC On va multiplier S par $1-q$

$$\begin{aligned} S(1-q) &= (1+q+q^2+\cdots+q^{n-1}+q^n)(1-q) \\ &= (1-q)+(q-q^2)+(q^2-q^3)+\cdots+(q^{n-1}-q^n)+(q^n-q^{n+1}). \\ &= 1-q^{n+1} \end{aligned}$$

Par suite, $S = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$

■

19 Calculer $S = 1+2+4+8+\ldots+256$ et $S' = 1+3+9+\ldots+2\,187$

20 Calculer $S = 1+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\ldots+\frac{1}{1\,024}$

21 Écrire un algorithme de calcul d'un terme d'une suite géométrique puis un algorithme calculant la somme de termes consécutifs.

Propriété : sens de variation d'une suite géométrique

Soit (u_n) une suite géométrique de raison q et de premier terme u_0 positif :

- ⋆ si $0 < q < 1$ alors la suite (u_n) est strictement décroissante ;
- ⋆ si $q > 1$ alors la suite (u_n) est strictement croissante ;
- ⋆ si $q = 1$ alors la suite (u_n) est constante ;
- ⋆ si $q < 0$ alors la suite est *alternée* donc non monotone.

Preuve

Soit q un réel, on note $u_n = q^n$.
Il suffit d'appliquer la définition des variations des suites avec la propriété des quotients.
En effet, pour tout n entier, $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{q^{n+1}}{q^n} = q$.
Le nombre q indique donc le sens de variation de (u_n).

■

Remarque : Les variations d'une suite géométrique de premier terme u_0 et de raison q (et donc de terme général $u_n = u_0 \times q^n$ dépend donc de q et du signe de u_0 : si u_0 est négatif alors il faut garder en tête que la multiplication par un négatif inverse l'ordre.

Théorème : convergence de q^n

Soit q un réel.

- ⋆ $-1 < q < 1 \iff |q| < 1$ donc la suite géométrique (q^n) converge vers 0 car $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = 0$;
- ⋆ si $1 < q$ alors la suite géométrique (q^n) diverge car $\lim\limits_{n\to+\infty} q^n = +\infty$;
- ⋆ si $q < -1$ alors la suite géométrique (q^n) diverge car elle n'admet aucune limite (la suite est alternée).

22 *Utiliser une suite géométrique pour déterminer une limite*

Étudier la convergence de la suite de terme général :

$$u_n = \frac{2^n - 1}{3^n}$$